

SKRIPSI

**OPTIMASI PENJADWALAN MATA KULIAH
MENGUNAKAN ALGORITMA WELCH – POWELL
PADA PEWARNAAN TITIK TERBATAS DALAM
GRAF (STUDI KASUS PROGRAM STUDI
MATEMATIKA FMIPA UNSULBAR)**



Oleh:
AVRIANGGO
E0121505

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN
ALAM UNIVERSITAS SULAWESI BARAT
TAHUN 2025**

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama : Avrianggo

NIM : E0121505

Judul : Optimasi Penjadwalan Mata kuliah Menggunakan Algoritma
Welch – Powell Pada Pewarnaan Titik Terbatas Dalam Graf
(Studi Kasus Program Studi Matematika FMIPA Unsulbar)

Telah berhasil dipertahankan di depan Tim Penguji () dan diterima sebagai
bagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana S1 Matematika pada Program
Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Sulawesi Barat.

Disahkan oleh

DEKAN FMIPA
Universitas Sulawesi Barat

Musafira, S.Si., M.Sc
NIP. 197709112006042002

Tim Penguji:

Ketua Penguji : Musafira, S.Si., M. Sc

Sekretaris : Fardinah, S.Si., M. Sc

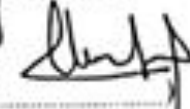
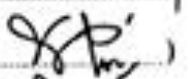
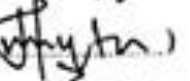
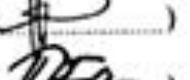
Pembimbing 1 : Meryta Febrilian F, S.Si., M. Sc

Pembimbing 2 : Dr. Wahyuddin nur, S.Si., M. Si

Penguji 1 : Hirman Rachman, S.Si., M. Si

Penguji 2 : Muh Rifandi, S.Si., M. Si

Penguji 3 : Fardinah, S.Si., M. Sc

()
()
()
()
()
()
()

SURAT PERNYATAAN

Yang bertandatangan di bawah ini:

Nama	: Avrianggo
Tempat / Tgl Lahir	: Palliabu, 12 Maret 2001
NIM	: E0121505
Program Studi	: Matematika

Menyatakan bahwa tugas akhir ini dengan berjudul “Optimasi Penjadwalan Mata kuliah Menggunakan Algoritma Welch – Powell Pada Pewarnaan Titik Terbatas Dalam Graf (Studi Kasus Program Studi Matematika FMIPA Unsulbar)” disusun berdasarkan prosedur ilmiah yang telah melalui pembimbingan dan bukan merupakan plagiat dari karya ilmiah / naskah yang lain. Apabila kemudian hari terbukti bahwa pernyataan ini benar, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan yang berlaku.

Majene, 16 April 2025

 Avrianggo

ABSTRAK

Dalam penelitian ini, pewarnaan graf merupakan teknik pemberian warna pada setiap titik (vertex) dalam graf sedemikian rupa sehingga dua titik yang saling terhubung (bertetangga) tidak memiliki warna yang sama. Graf dapat diwarnai dengan memberikan warna yang berbeda pada setiap titik berdasarkan aturan tersebut. Penelitian ini bertujuan untuk mengimplementasikan teknik pewarnaan graf dalam penjadwalan mata kuliah Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sulawesi Barat. Permasalahan yang diangkat dalam penelitian ini berkaitan dengan konflik jadwal yang dialami oleh mahasiswa, terutama disebabkan oleh keterbatasan jumlah ruangan yang tersedia, yaitu hanya dua ruangan untuk setiap sesi. Oleh karena itu, diperlukan solusi yang efisien untuk menyusun jadwal perkuliahan tanpa konflik. Metode yang digunakan adalah pewarnaan graf dengan algoritma Welch – Powell, yang merupakan algoritma pewarnaan titik berdasarkan urutan derajat tertinggi. Dalam penelitian ini, algoritma Welch – Powell dikembangkan dan disesuaikan menjadi algoritma pewarnaan titik terbatas, dengan mempertimbangkan keterbatasan jumlah ruangan sebagai batasan jumlah warna yang dapat digunakan.

Kata kunci: Pewarnaan graf, Algoritma Welch – Powell, Penjadwalan mata kuliah, Pewarnaan terbatas.

ABSTRACT

In this study, graph coloring is a technique for assigning a color to each vertex in a graph such that no two adjacent vertices have the same color. A graph can be colored by assigning a different color to each vertex based on these rules. This study aims to implement graph coloring techniques in course scheduling in the Mathematics Study Program, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, West Sulawesi University. The problem addressed in this study relates to scheduling conflicts experienced by students, primarily due to the limited number of available rooms, which is only two for each session. Therefore, an efficient solution is needed to organize class schedules without conflicts. The method used is graph coloring with the Welch–Powell algorithm, a vertex coloring algorithm based on the highest degree order. In this study, the Welch–Powell algorithm is developed and adapted into a restricted vertex coloring algorithm, considering the limited number of rooms as a limit to the number of colors that can be used.

Keywords: Graph coloring, Welch–Powell algorithm, Course scheduling, Restricted coloring

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang matematika diskrit yang mempelajari hubungan antara objek yang direpresentasikan dalam bentuk titik (*vertex*) dan sisi (*edge*). Teori graf sendiri pertama kali diperkenalkan oleh *Leonhard Euler* dalam penyelesaian Jembatan *Koningsberg* pada abad ke – 18. Sejak penemuan pertamanya teori graf berkembang dengan sangat pesat dan memiliki banyak aplikasi dalam berbagai bidang seperti transportasi, jaringan komunikasi, listrik, struktur senyawa kimia, serta optimasi dalam penjadwalan. Salah satu konsep penting dalam teori graf yaitu pewarnaan graf, yang digunakan untuk mengelompokkan elemen – elemen dalam graf dengan aturan tertentu dengan tujuan menghindari konflik atau tumpang tindih.

Pewarnaan graf merupakan teknik yang bertujuan untuk memberikan warna pada titik atau sisi dalam suatu graf sedemikian sehingga setiap dua titik atau sisi yang saling terhubung tidak memiliki warna yang sama, pada kasus ini digunakan konsep pewarnaan graf pada titik. Aplikasi pewarnaan graf sendiri sudah banyak ditemukan dalam kehidupan sehari – hari seperti dalam pemetaan wilayah, desain sirkuit dan penyusunan jadwal. Pada kasus penyusunan jadwal, pewarnaan graf digunakan untuk menghindari bentrokan jadwal dengan memodelkan matakuliah sebagai titik serta sisinya merepresentasikan jadwal matakuliah yang berbenturan.

Salah satu algoritma yang sering digunakan pada pewarnaan graf adalah Algoritma *Welch – Powell*. Algoritma ini menggunakan pendekatan berbasis urutan derajat titik. *Algoritma Welch – Powell* bekerja dengan menggunakan titik berdasarkan derajat secara menurun, kemudian memberikan warna secara berurutan dengan memastikan tidak ada dua titik yang bertetangga memiliki warna yang sama. Keunggulan algoritma ini terletak pada efisiensinya dalam menentukan jumlah warna minimum yang diperlukan

untuk mewarnai graf, sehingga sangat sesuai untuk aplikasi dalam masalah penjadwalan.

Penyusunan jadwal matakuliah pada Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sulawesi Barat sering kali muncul bentrokan jadwal yang melibatkan dosen, mahasiswa, waktu perkuliahan dan ruangan perkuliahan. Bentrokan ini dapat menyebabkan ketidakefisienan dalam proses perkuliahan, seperti perubahan jadwal yang mendadak atau keterbatasan ruangan yang tidak terbagi dengan optimal. Oleh karena itu diperlukan metode sistematis untuk menyusun jadwal yang optimal dengan meminimalkan bentrokan. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan adalah penerapan pewarnaan graf menggunakan *Algoritma Welch – Powell*.

Lebih lanjut, dalam praktiknya karena keterbatasan ruangan yang dimiliki oleh Program Studi Matematika yaitu dua ruangan dalam satu kali periode waktu perkuliahan, maka pewarnaan graf yang digunakan adalah pewarnaan graf terbatas. Pewarnaan graf terbatas dilakukan untuk memberikan batas titik pada warna yang digunakan. Dalam kasus ini satu warna dibatasi oleh dua buah titik yang saling tidak terhubung.

Penelitian semacam ini telah dilakukan oleh beberapa peneliti yaitu *Algoritma Welch – Powell* untuk pewarnaan graf Pada penjadwalan perkuliahan. Menunjukkan bahwa penerapan algoritma Welch-Powell pada penjadwalan mata kuliah di Program Studi Matematika FMIPA Universitas Pamulang mampu menghasilkan jadwal yang efisien dan bebas konflik. Dari matriks kesediaan diperoleh 4 warna untuk mata kuliah dan 29 warna untuk 67 simpul jadwal dosen, yang membuktikan bahwa algoritma ini efektif mengoptimalkan penjadwalan dengan meminimalkan benturan antar jadwal (Rusdiana, 2019) dan Modifikasi *Algoritma Welch-Powell* untuk pewarnaan graf (*Vertex colouring*) pada penjadwalan mata kuliah jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN suka Riau. Menunjukkan bahwa modifikasi algoritma Welch-Powell efektif menyusun jadwal kuliah secara optimal dan bebas konflik. Dari graf dengan 30 simpul diperoleh 12 warna

sebagai bilangan kromatik, yang menunjukkan adanya 12 kelompok waktu untuk mencegah bentrokan jadwal mata kuliah (Hasana, 2012). Kemudian dalam Penerapan *Algoritma Welch-Powell* Pada Penyusunan Jadwal Perkuliahan di Program Studi Pendidikan Matematika. Menunjukkan bahwa modifikasi algoritma Welch-Powell mampu mengoptimalkan penjadwalan mata kuliah secara teratur dan bebas konflik. Dari graf dengan 30 simpul diperoleh 12 warna sebagai bilangan kromatik, yang menandakan adanya 12 kelompok waktu untuk menghindari bentrokan jadwal antar mata kuliah (Mufidatur, 2022). Kemudian pada Bilangan Kromatik Pewarnaan Titik pada Graf Dual dari Graf Roda. Menunjukkan bahwa graf roda $W_nW_nW_n$ merupakan graf self-dual, karena graf dualnya $W_nW_nW_n$ isomorfik dengan graf asal. Graf dual $W_nW_nW_n$ memiliki $n + 1$ titik dan $2n$ sisi, dengan derajat titik dalam sebesar 3 dan derajat titik luar sebesar n . Selain itu, pola bilangan kromatik graf dual $W_nW_nW_n$ adalah 4 jika n ganjil ($n \geq 3$) dan 3 jika n genap ($n \geq 3$) (Muhammad, 2021).

Penelitian ini menggunakan pewarnaan graf terbatas dengan *Algoritma Welch – Powell*.

1.2. Rumusan Masalah

1. Bagaimana menerapkan *Algoritma Welch – Powell* dalam optimasi penjadwalan mata kuliah diprogram studi matematika FMIPA Unsulbar?
2. Bagaimana hasil penjadwalan yang dioptimalkan dibandingkan dengan penjadwalan yang sudah ada?

1.3. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk:

1. Menerapkan *Algoritma Welch – Powell* sehingga fungsi dalam optimasi penjadwalan pada pewarnaan graf terbatas untuk menghindari bentrokan waktu dan ruangan.
2. Perbandingan hasil penjadwalan dengan menerapkan algoritma welch – powell pada penjadwalan yang suda adah.

1.4. Manfat Penelitian

1. Bagi pembaca

Menambah wawasan tentang penerapan teori graf, khususnya Algoritma Welch – Powell, dalam dunia nyata khususnya pada sistem penjadwalan akademik, Memberikan referensi metode alternatif dalam mengatasi konflik penjadwalan di lingkungan pendidikan, dan Memotivasi pembaca untuk mengembangkan pendekatan lain yang berbasis algoritma dalam menyelesaikan permasalahan optimasi di bidang lain.

2. Manfaat bagi penulis

Meningkatkan pemahaman penulis terhadap penerapan algoritma graf dalam permasalahan riil, tidak hanya secara teoritis, sebagai pengalaman penelitian dalam mengembangkan solusi berbasis algoritma yang digunakan dalam pengambilan keputusan akademik, dan menjadi kontribusi ilmiah yang memperkaya referensi dalam bidang matematika terapan dan informatika.

3. Manfaat Bagi Institusi

Memberikan solusi nyata dalam perbaikan sistem penjadwalan matakuliah yang lebih efisien dan minim konflik, meningkatkan kualitas tatakelola akademik khususnya dalam hal penyusunan jadwal yang mempertimbangkan keterbatasan sumberdaya, Mendorong mengembangkan riset terapan di lingkungan institusi yang relevan dengan kebutuhan internal, dan menjadi bukti kontribusi institusi dalam memanfaatkan pendekatan matematis untuk meningkatkan efisiensi kerja.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Himpunan

Konsep himpunan adalah suatu konsep dasar dalam cabang ilmu matematika. himpunan adalah kumpulan objek – objek yang memiliki sifat yang sama dan terdefinisi secara jelas. Berikut diberikan definisinya.

Definisi 2.1.1 (Linuhung & Irah, 2016)

Himpunan adalah unsur – unsur dalam semesta pembicaraan S yang memenuhi kondisi tertentu. Kondisi atau pernyataan tertentu disebut sebagai syarat keanggotaan himpunan yang berbeda. Himpunan dinotasikan dengan huruf besar $A, B, C, \dots$ objek dalam himpunan disebut elemen / anggota, yang disimbolkan dengan huruf kecil ($a, b, c, \dots$). Himpunan biasanya diberi simbol huruf kapital dan anggota himpunan dibatasi dengan tanda kurung kurawal $\{\dots\}$, Berdasarkan Definisi 1 diberikan contoh sebagai berikut.

Contoh 1.

G adalah kumpulan laki – laki dengan tingi badan 150 cm sampai dengan 165 cm dan dengan berat badan dari 50 kg sampai dengan 60 kg. Dalam kumpulan ini jelas kriteria untuk menjadi anggota, yaitu, setiap mengambil seorang laki – laki, berat dan tinginya dapat diukur dengan pasti, dengan demikian dapat ditentukan dengan jelas apakah dia termasuk dalam kategori yang dimaksud, Jadi G adalah suatu himpunan.

Contoh 2.

Diketahui $A = \{b, c, d\}$ artinya bahwa himpunan A mempunyai anggota b, c dan d atau dengan kata lain dapat dikatakan b, c dan d merupakan anggota himpunan A .

Untuk menyatakan bahwa suatu benda atau objek menjadi anggota suatu himpunan selanjutnya digunakan notasi $\in$ dan untuk menyatakan bahwa suatu objek bukan merupakan anggota himpunan digunakan notasi $\notin$.

Contoh 3.

$A = \{b, c, d\}$ dan $B = \{e, f\}$, maka $b \in A$ dan $b \notin B$, $c \in A$ dan $c \notin B$, $d \in A$ dan $d \notin B$.

Definisi 2.1.2 (Linuhung & Irah, 2016)

Jika A dan B adalah himpunan – himpunan maka A disebut himpunan bagian (subset) dari B jika dan hanya jika, setiap anggota A juga merupakan anggota B . Dengan kata lain $A \subseteq B \Leftrightarrow ((\forall x \in A \Rightarrow x \in B))$.

Dari uraian diatas diberikan contoh sebagai berikut:

Contoh 4.

Jika $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{3, 4\}$ maka $B \subseteq A$. Artinya, setiap elemen di B juga ada di A . Dalam hal ini, $B = \{3, 4\}$ dan semua elemen 3 dan 4 ada di $A = \{1, 2, 3, 4\}$, jadi $B \subseteq A$ (himpunan bagian dari A).

Definisi 2.1.3 (Linuhung & Irah, 2016)

Irisan himpunan A dan B adalah himpunan yang memuat semua anggota A yang juga anggota B .

Berdasarkan Definisi 2.1.3 irisan dari A dan B dinotasikan dalam $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$.

Contoh 5.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{a, b, c, d, e\}$

$A \cap B = \emptyset$ (himpunan kosong)

Karena A adalah himpunan angka 1 – 5 dan B adalah himpunan huruf a – e, maka $A \cap B$ jelas merupakan himpunan kosong. Sebab, tidak ada anggota yang berada di A sekaligus berada di B .

Definisi 2.1.4

Gabungan himpunan A dan himpunan B adalah himpunan semua anggota atau himpunan B . Berdasarkan definisi 7 gabungan dari A dan B dinotasikan dengan $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$.

Definisi 2.1.5

Komplemen himpunan A adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota S tetapi bukan anggota A .

Berdasarkan Definisi 2.1.5 komponen himpunan A dinotasikan dengan $A^c = \{x \mid x \in S, x \notin A\}$.

Definisi 2.1.6

Selisih (*difference*) himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya semua anggota dari A tetapi bukan anggota dari B . Berdasarkan Definisi 2.1.6 selisih dari himpunan A dan B dinotasikan dengan $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\} = A \cap B^c$

2.2. Relasi dan Fungsi

Secara umum, relasi berarti hubungan dalam matematika, relasi memiliki makna khusus, yaitu suatu aturan atau keterkaitan yang menghubungkan anggota – anggota dari satu himpunan dengan anggota – anggota dari himpunan lain.

Definisi 2.2.7 (Linuhung & Irah, 2016)

Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah hubungan / kaitan yang memasangkan anggota anggota himpunan A dengan anggota – anggota himpunan B .

1. Relasi R atau himpunan A dan B adalah suatu himpunan bagian dari $A \times B$, atau dinotasikan: $R \subset (A \times B)$ dimana $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B\}$.
2. $a R b$ merupakan notasi dari $(a, b) \in R$, yang berarti a dihubungkan dengan b oleh R .

Contoh 6.

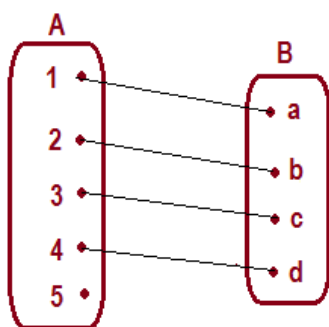
Didefinisikan himpunan $A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ relasi R adalah himpunan $R = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$. Selanjutnya fungsi sering disebut dengan istilah pemetaan (*mapping*) yaitu relasi dari himpunan A ke himpunan B jika setiap anggota himpunan A berpasangan tepat satu dengan anggota himpunan B .

Definisi 2.2.8 (Linuhung & Irah, 2016)

Diberikan himpunan $A, B \neq \emptyset$ fungsi $f: A \rightarrow B$ adalah relasi yang mengawankan setiap $a \in A$ dengan tepat satu anggota $b \in B$. dengan kata lain pernyataan / relasi $f: A \rightarrow B$ disebut fungsi jika untuk setiap $a \in A$, terdapat tepat satu $b \in B$ jika dan hanya jika $f(a) = b$.

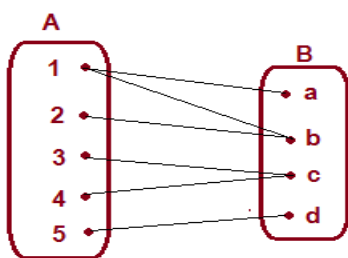
Contoh 7.

Relasi (i) tidak bisa disebut fungsi sebab ada anggota himpunan A yaitu 5 yang tidak dipasangkan dengan anggota himpunan B.



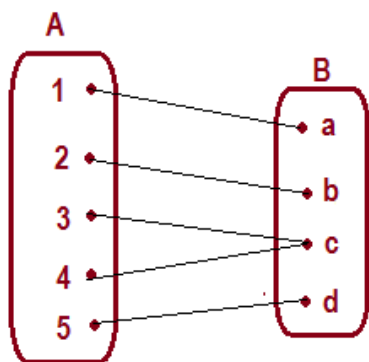
(i)

Relasi (ii) tidak bisa disebut fungsi sebab ada anggota himpunan A yaitu 1 yang dipasangkan lebih dari satu dengan anggota himpunan B yaitu 1 a dan b 2.



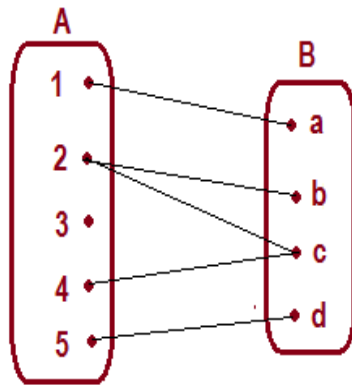
(ii)

Relasi (iii) disebut fungsi. Karena setiap anggota di himpunan A dengan tepat satu anggota di himpunan B.



(iii)

Relasi (iv) tidak bisa disebut fungsi sebab ada anggota himpunan A yaitu 3 yang tidak dipasangkan dengan anggota himpunan B dan ada anggota himpunan A yaitu 2 yang dipasangkan lebih dari satu dengan anggota himpunan B yaitu $2 - b$ dan $2 - c$.



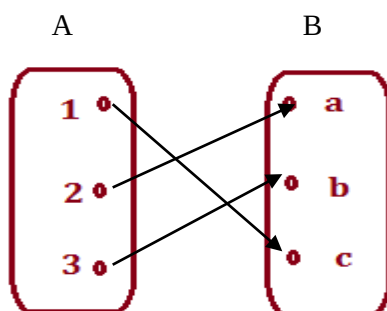
(iv)

Definisi 2.2.9

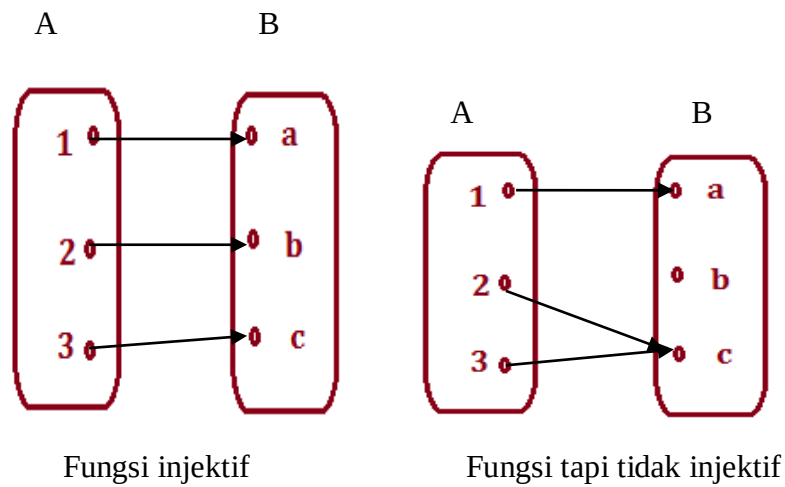
Fungsi $f: A \rightarrow B$ setiap $y \in B$ dikatakan injektif (satu – satu) apabila untuk setiap $y \in A$ dimana $f(a) = f(b)$ berlaku $a = b$. berdasarkan Definisi 2.2.9 berikut diberikan contoh nya.

Contoh 8.

Diberikan himpunan $A = (1, 2, 3)$ dan $B = (a, b, c)$ perhatikan dengan berikut.

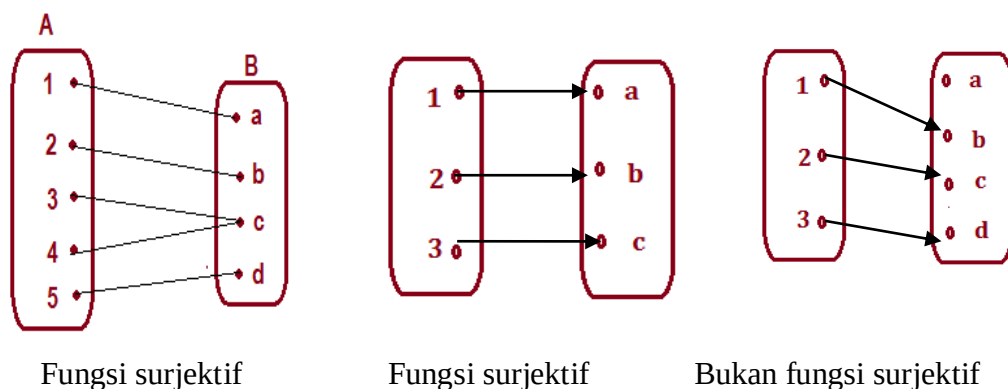


Fungsi injektif

**Definisi 2.2.10**

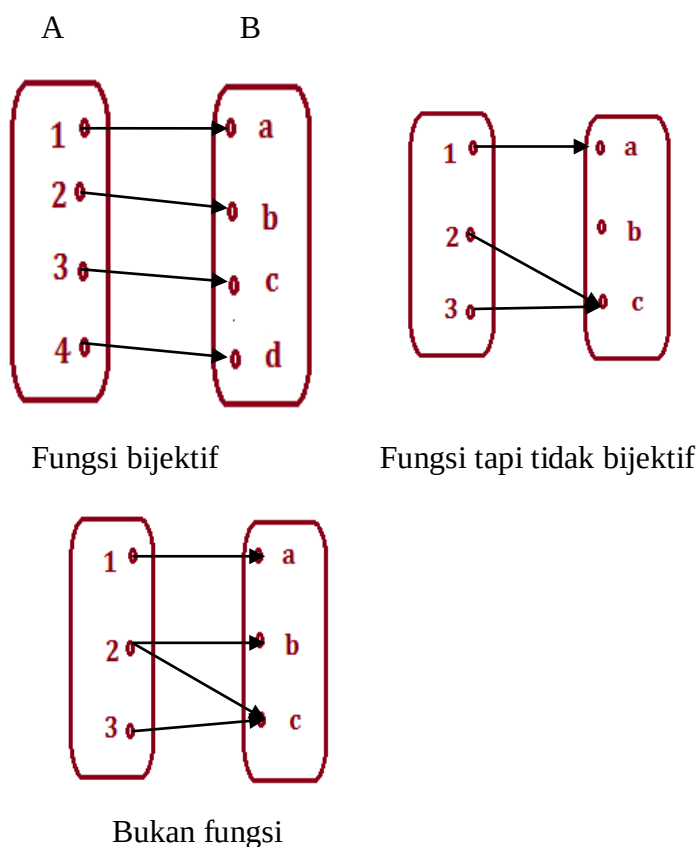
Fungsi $f: A \rightarrow B$, setiap $y \in B$ dikatakan surjektif jika setiap $y \in B$ memiliki prapeta di A , yaitu untuk setiap $y \in B$, terdapat $x \in A$ sampai dengan himpunan $y = f(x)$.

Berdasarkan Definisi 2.2.10 berikut diberikan contoh.

Contoh 9.**Definisi 2.2.11**

Suatu fungsi dikatakan fungsi bijektif (korespondensi satu – satu) apabila memiliki sifat injektif sekaligus surjektif.

Berdasarkan Definisi 2.2.11 diberikan contoh nya.

Contoh 10.**2.3. Definisi Graf dan Jenis – Jenisnya**

Teori graf pertama kali ditulis pada tahun 1736 oleh seorang matematikawan berkebangsaan Swiss bernama Leonhard Euler yang menggunakan teori graf (*graph*) untuk menyelesaikan masalah jembatan *koningsberg*. Graf merupakan struktur diskrit yang terdiri dari himpunan sejumlah berhingga objek yang disebut titik (*vertices* atau *vertex*) dan himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan titik - titik tersebut. Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) dinyatakan dengan notasi $G = (V, E)$. Dalam hal ini, $V(G)$ adalah himpunan tak kosong dari titik – titik (*vertices* dan *node*) dan $E(G)$ adalah himpunan sisi (*edges* atau *arces*) yang menghubungkan sepasang titik (Devi, 2016)

Graf adalah diagram yang terdiri dari nokta – nokta yang disebut titik dan hubungan oleh garis – garis yang disebut sisi serta setiap sisi menghubungkan tepat dua titik. Jika v dan w merupakan titik – titik dari G ,

maka sebuah sisi dengan bentuk vw atau wv disebut penghubung v dan w . Definisi ini memungkinkan adanya beberapa sisi menghubungkan pasangan titik yang sama ataupun suatu sisi-sisi yang menghubungkan titik derajat dirinya sendiri.

Definisi 2.3.12 (Devi, 2016)

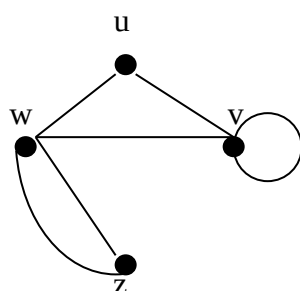
Dua atau lebih sisi yang menghubungkan titik yang sama disebut sisi ganda (*multiple edges*), dan suatu sisi yang menghubungkan titik dengan dirinya sendiri disebut lup (*loop*). Suatu graf yang tidak memiliki sisi ganda maupun lup disebut sebagai graf sederhana.

Definisi 2.3.13

Sebuah graf yang berbentuk satu kesatuan disebut terhubung (*connected*), sedangkan yang terbagi menjadi beberapa bagian disebut tak terhubung (*disconnected*). Misalkan G sebuah graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ sebuah subgraf dari G adalah graf yang semua titiknya ada di $V(G)$ dan semua sisinya ada di $E(G)$. (Yulianti, 2019)

Contoh 11.

Jika G adalah graf terhubung dengan $V(G) = \{u, v, w, z\}$ dan $E(G) = \{uv, uw, vv, vw, wz, wz\}$ maka diperoleh graf sebagai berikut.



Definisi 2.3.14

Dua titik dikatakan bertetangga apabila kedua titik tersebut terhubung secara langsung oleh suatu sisi. Dengan kata lain, titik u bertetangga dengan v jika (uv) adalah sebuah sisi pada graf G . (Yulianti, 2019)

Dua titik bertetangga jika terhubung langsung oleh satu sisi.

Contoh 12.

Berdasarkan contoh 11, dapat diperoleh bahwa titik u bertetangga dengan titik v dan w. titik w bertetangga dengan titik u dan z. titik v bertetangga dengan titik u. dan titik z bertetangga dengan titik w.

Definisi 2.3.15

Suatu sisi dikatakan bersisian dengan dua titik apabila menghubungkan kedua titik tersebut secara langsung.

Contoh 13.

Berdasarkan contoh 11 dapat diperoleh bahwa.

Sisi uw bersisian dengan titik u dan w.

Sisi uv bersisian dengan titik u dan v.

Sisi wz bersisian dengan titik w dan z.

Sisi vw bersisian dengan titik w dan v.

Definisi 2.3.16

Pada graf tidak berarah, derajat suatu titik adalah banyaknya sisi yang bersisian dengan titik tersebut.

Contoh 14.

Berdasarkan contoh 11 diperoleh bahwa, derajat u adalah 2, derajat v adalah 4, derajat w adalah 4 dan derajat z adalah 2.

Definisi 2.3.17

Lintasan dari sebuah graf adalah barisan satu atau lebih sisi yang dilalui dari suatu titik awal ke titik tujuan. Panjang suatu lintasan adalah banyaknya sisi yang dilewati dari titik awal ke titik tujuan.

Contoh 15.

Berdasarkan contoh 11 diperoleh lintasan Adalah, $v - u - w - z$ dengan Panjang lintasan yaitu 3 lintasan.

2.4. Jenis – Jenis Graf

Pada graf G akan dikelompokkan ke dalam beberapa jenis yang sesuai dengan sudut pandang pengelompokan. Dimana pengelompokan graf dapat dinilai melalui tidak hanya rusuk yang ganda, berdasarkan dengan jumlah titik, maupun berdasarkan dari orientasi arah pada rusuk tersebut.

Secara umum, graf sendiri digolongkan kedalam dua jenis, yaitu graf sederhana dan graf tidak sederhana, yang akan dijelaskan sebagai berikut.

1. Graf sederhana (*Simple Graph*)

Padah graf sederhana tidak memiliki sisi ganda atau, gelang dimana, rusuk merupakan sebuah pasangan yang tidak terurut (*unordered pairs*). Selain itu, graf sederhana juga dapat diartikan sebagai graf yang terdiri dari himpunan tak kosong titik – titik dan himpunan pasangan tidak terurut yang berbeda yang kemudian disebut sebagai rusuk. Dimana dalam beberapa graf harus sering menggunakan graf, sebagai berikut.

- a. Graf lengkap (*Complete Graph*) merupakan sebuah graf sederhana yang pada setiap dua titiknya saling bertetangga.
- b. Graf lingkaran merupakan sebuah graf sederhana yang pada setiap titiknya berderajat dua.
- c. Graf teratur (*Regular Graph*). Merupakan sebuah graf yang pada setiap titiknya memiliki derajat yang sama.
- d. Graf bipartit (*Bipartir Graph*) merupakan sebuah graf yang mana titik V_1 terhubung dengan titik pada V_2 yang kemudian dinyatakan dengan $G(V_1, V_2)$.

2. Graf tak sederhana (*Usimple Graph*)

Bahwa graf yang di dalamnya mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan graf tak sederhana, (*Unsimple graph*). Terdapat dua macam graf dalam graf tak sederhana, yaitu graf ganda (*multi graph*) dan graf semu (*pseudo graph*). Dimana, graf ganda merupakan graf yang didalamnya mengandung rusuk ganda. Sedangkan, graf semu merupakan graf yang didalamnya mengandung gelang (*loop*).

Selain itu, graf tak sederhana juga dapat dikelompokkan berdasarkan orientasi arah pada sisinya. Dimana, orientasi arah tersebut dibagi menjadi dua yaitu graf tak berarah dan graf berarah.

- a. Graf tak berarah (*Undirected Graph*) merupakan sebuah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah.

- b. Graf berarah (Directed Graph) merupakan sebuah graf yang setiap rusuknya (sisi) mempunyai orientasi arah.

2.5. Pewarnaan Graf

Pada pewarnaan graf adalah teknik pemberian warna pada setiap titik pada graf yang menyebabkan dua titik yang berdekatan tidak memiliki warna yang sama, graf dapat diwarnai dengan memberikan warna yang berbeda untuk setiap titik. (Muhammat, 2022)

Pewarnaan graf dapat dilakukan dengan 3 cara yaitu pewarnaan sisi, pewarnaan titik / vertex dan pewarnaan matakuliah. Pewarnaan titik / vertex merupakan pemberian warna atau label pada setiap titik sehingga tidak ada dua titik / vertex yang bertetangga memiliki warna yang sama. Pewarnaan sisi / garis merupakan pemberian warna pada setiap sisi pada graf sehingga sisi yang berhubungan tidak memiliki warna yang sama. Pewarnaan matakuliah merupakan pemberian warna pada setiap graf, sehingga tidak ada matakuliah yang memiliki warna yang sama. (Muhammat, 2022)

Algoritma Welch – Powell, merupakan salah satu algoritma yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sebuah kasus pewarnaan dalam graf secara mengkusur. dimana pewarnaan tersebut akan dicari bilangan kromatiknya, yaitu mengenai banyaknya warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai titik, pada pewarnaan titik. Di mana bahwa memang algoritma ini tidak selalu dapat memberikan jumlah warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai titik dalam graf, akan tetapi algoritma ini dinilai cukup praktis jika digunakan untuk pewarnaan titik dalam sebuah graf.

Berikut merupakan Algoritma dari Welch – Powell.

1. Urutkan titik – titik dari G dalam derajat yang menurun (urutan seperti ini mungkin tidak unik karna beberapa titik mungkin berderajat sama).
2. Gunakan satu warna unik untuk mewarnai titik pertama (yang mempunyai derajat tertinggi) dan titik – titik lain (didalam urutan yang berurut) yang tidak bertetangga dengan titik pertama ini.

3. Mulai lagi dengan titik berderajat tertinggi berikutnya di dalam daftar terurut yang belum diwarnai dan ulang proses pewarnaan titik dengan menggunakan warna kedua.
4. Ulangi penggunaan warna – warni sampai semua titik telah diwarnai.
 Pada *Algoritma Welch-Powell* diperlukan dalam pewarnaan titik suatu graf berdasarkan derajat tertinggi dari semua titiknya.

2.6. Pewarnaan Graf Terbatas

Pewarnaan titik pada graf merupakan salah satu topik penting dalam teori graf, yang telah banyak dikaji baik dari sisi teori maupun aplikasinya. Salah satu variasi dari pewarnaan titik atau relasi adalah pewarnaan graf terbatas yaitu pewarnaan dimana setiap warna hanya boleh digunakan paling banyak sekali dengan $h \in \mathbb{Z}$ tetap dalam konteks ini, angka kromatik $X_k(G)$ dan suatu graf G didefinisikan sebagai jumlah warna minimum yang diperlukan agar G dapat diwarnai sehingga setiap matakuliah warna memiliki paling banyak di titik. Secara formal suatu h bounded coloring dari graf $G = (V, E)$ adalah pewarnaan titik yang memiliki syarat bahwa tidak ada dua titik bertetangga yang diberi warna sama dan setiap warna digunakan pada paling banyak h titik nilai $X_h | G$) menyatakan jumlah warna minimum adalah ditentukan untuk pemberian warnaan.

Konsep ini muncul secara alami dalam berbagai aplikasi praktis misalnya dalam masalah penjadwalan di mana terdapat batasan kapasitas sumber daya pada jumlah ruangan atas mesin yang tersedia.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Penelitian ini membahas penerapan algoritma Welch – Powell dalam optimasi penjadwalan matakuliah menggunakan konsep Pewarnaan titik terbatas dalam graf, dengan studi kasus Program studi Matematika FMIPA Unsulbar. Berdasarkan hasil analisis dan implementasi, dapat diambil beberapa kesimpulan utama sebagai berikut:

- 1). Penerapan algoritma Welch – Powell mampu meminimalkan jumlah slot waktu yang digunakan dengan tetap memenuhi berbagai batasan dan kendala, seperti ketersediaan dosen, ruangan kuliah, serta menghindari konflik jadwal antar mata kuliah. Karena keterbatasan jumlah ruangan di Program Studi Matematika FMIPA Unsulbar yang hanya memungkinkan 2 mata kuliah, maka dilakukan modifikasi pada algoritma Welch – Powell dengan menerapkan metode pewarnaan titik terbatas. Melalui modifikasi ini, penjadwalan mata kuliah dapat dioptimalkan secara efisien.
- 2). Berdasarkan Algoritma Welch – Powell pada pewarnaan titik terbatas di peroleh jadwal optimal pada Tabel 4.7 suda tidak terjadi tabrakan jadwal mata kuliah dibandingkan jadwal pada lampiran 3 yang terjadi tabrakan mata kuliah yaitu mata kuliah Teori Himpunan Dan Logika, dan Kecerdasan Buatan, dimana ada mahasiswa yang sama mengambil Matakuliah yang berbeda. Sementara pada tabel 4.7 suda tidak ditemukan jadwal yang bertabrakan.

5.2. Saran

Pada kasus penjadwalan matakuliah dengan menggunakan Algoritma Welch – Powell dapat diterapkan untuk menyusun jadwal mata kuliah Prodi Matematika FMIPA Universitas Sulawesi Barat pada semester ganjil, maupun kasus penjadwalan lain dengan kendala yang serupa, guna menghasilkan jadwal yang efisien dan bebas konflik.

Berdasarkan hasil penelitian ini, disarankan agar algoritma Welch – Powell dapat digunakan sebagai dasar dalam penyusunan jadwal mata kuliah di Program Studi Matematika FMIPA Universitas Sulawesi Barat karena terbukti mampu mengurangi bentrok jadwal dan membuat pembagian waktu kuliah lebih efisien.

DAFTAR PUSTAKA

- Afifa, dkk (2023). Pewarnaan Graf Pada Petah Wilayah Kotah Semarang Dengan Algoritma Greedy. *Jurnal Ilmu Komputer dan Matematika* , 9-16.
- Devi, S. Z., & Nurissaidah, U. (2016). Aplikasi graph coloring pada penjadwalan perkuliahan. *Jurnal matematika "mantik"* , 02 (01), 30-39.
- Hasana, U. (2012). Modifikasi Algoritma Welch-Powell Untuk Pewarnaan Graf (Vertex Colouring) Pdapenjatwalan Kulia Jurusan Matematika Fakultas Sains Dan Teknologi Uin Suka Riau. *Pewarnaan Simpul* (155), 1-80.
- Muhammad, dkk (2021). Bilangan Kromatik Pewarnaan Titik Pada Graf Dual Dari Graf Roda. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics* , 4 (2), 95-100.
- Muhammat, & D. H. (2022). Pewarnaan Graf Padah Petah Profinsi Jawabarat Menggunakan Algoritma Welch-Powell. *Jurnal Sistem Dan Teknologi Informasi* , 10 (2), 258-263.
- NegoLinuhung, M., & I. V. (2016). *Logika Himpunan Relasi Dan Fungsi Terintegrasi Nilai - Nilai Islam*. Universitas Muhamadiyah Metro: Pendidikan Matematika UM Metro.
- RirinMufidatur, dkk (2022). Penerapan Algoritma Welch-Powell Pada Penyusunan Jadwal Perkuliahan Diprogram Istudi Pendidikan Matematika. *Jurnal Matematika Sain Danteknologi* , 10 (2), 200-210.
- Yulianti & Rusdiana, A. M. (2019). Algoritma welch-powell untuk pewarnaan graf. *Science and Phsics Education Journal* , 3 (1), 37-47.