

**SKRIPSI**

**ANALISIS KESTABILAN MODEL POPULASI DUA MANGSA-  
SATU PEMANGSA DENGAN PEMANENAN PADA  
PEMANGSA**



**ZULKIPLI  
E0117315**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SULAWESI BARAT  
TAHUN 2023**

**SKRIPSI**

**ANALISIS KESTABILAN MODEL POPULASI DUA MANGSA-  
SATU PEMANGSA DENGAN PEMANENAN PADA  
PEMANGSA**



Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana pada Program Studi  
Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Sulawesi Barat

**ZULKIPLI  
E0117315**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SULAWESI BARAT  
TAHUN 2023**

## ABSTRAK

Model mangsa pemangsa adalah salah satu model matematika yang menggambarkan interaksi antara dua populasi yang bersifat mangsa dan pemangsa. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui analisis kestabilan model populasi dua mangsa-satu pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa. Analisis kestabilan model dilakukan dengan menggunakan Kriteria Routh-Hurwitz untuk mengidentifikasi karakteristik nilai eigen. Hasil yang diperoleh berupa model mangsa pemangsa yang menghasilkan 7 (tujuh) titik kesetimbangan dari model tersebut. Dari Hasil analisis kestabilan diperoleh bahwa titik kesetimbangan  $E_1, E_2, E_3, E_5, E_6, E_7$  stabil dengan memiliki syarat tertentu sedangkan titik kesetimbangan  $E_4$  tidak stabil. Dalam penelitian ini interpretasi pemanenan jika pemanenan pada pemangsa bertambah maka subpopulasi mangsa meningkat dan subpopulasi pemangsa menurun.

**Kata kunci:** Analisis Model, Mangsa Pemangsa, Kriteria *Routh-Hurwitz*

## ABSTRACT

Predatory prey model is a mathematical model that describes the interaction between two populations of prey and predators. The purpose of this study was to determine the stability analysis of the two prey-one predator population model with harvesting on the predator. The results obtained in the form of a prey-predator model that produces 7 (Seven) equilibrium points from the model. The stability analysis of the model was carried out using the Routh-Hurwitz Criteria to identify the characteristics of the eigenvalues. From the stability analysis, it is found that the equilibrium point  $E_1, E_2, E_3, E_5, E_6, E_7$  is stable while the equilibrium point  $E_4$  is unstable. In this study the interpretation of harvesting if harvesting of predators increases, the subpopulation of prey and predators increases and the subpopulation of predators decreases.

**Keywords: Model Analysis, Prey – Predator Routh-Hurwitz . Criteria**

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Pemodelan matematika merupakan salah satu cabang dari matematika terapan. Banyak permasalahan yang dijumpai dalam kehidupan nyata atau dalam kehidupan sehari-hari yang dapat dibuat ke dalam model matematika, sehingga dapat dibuat prediksi terhadap perilaku objek dimasa depan. Pemodelan matematika adalah proses penyederhanaan masalah dalam bentuk abstrak suatu fenomena nyata dan dituangkan dalam bentuk matematika. Salah satu bentuk pemodelan yang dapat diterapkan pada cabang biologi yang mempelajari tentang ekosistem. Dalam ekologi juga dikenal istilah rantai makanan yang merupakan lintasan konsumsi makanan yang terdiri dari beberapa spesies organisme. (Didiharyono, Dkk, 2017).

Bagian paling sederhana dari suatu rantai makanan yakni interaksi, seperti interaksi antara mangsa dan pemangsa, populasi mangsa mempunyai persediaan makanan yang tersedia cukup didalam lingkungannya, sedangkan pada populasi pemangsa memiliki makanan yang bergantung pada jumlah mangsa. Apabila populasi mangsa terbatas maka untuk populasi pemangsa akan menurung sesuai jumlah proporsi mangsanya. (Muhammad Soleh, Dkk, 2013).

Model mangsa pemangsa pertama diperkenalkan oleh Lotka-Volterra pada 1925. Model tersebut menggunakan fungsi respon sederhana yaitu banyaknya mangsa yang dimakan oleh pemangsa berbanding lurus dengan banyaknya populasi mangsa. Selain itu, pada model tersebut juga mengasumsikan bahwa laju pertumbuhan populasi mangsa berbanding lurus dengan ukuran populasi mangsa. Tentu asumsi ini mengabaikan banyak keadaan pertumbuhan populasi yang terjadi sebenarnya, yaitu pertumbuhan populasi tidak dapat terus bertambah seiring berjalannya waktu. sehingga laju pertumbuhan yang sesuai untuk memodelkan laju pertumbuhan populasi adalah laju pertumbuhan logistik. Hal tersebut dikarenakan, setiap populasi memiliki daya dukung lingkungan

sendiri sendiri dan tidak boleh melebihi daya dukung lingkungan agar dapat tetap hidup, fungsi pertumbuhan logistic adalah fungsi yang penting, yang pertama kali digunakan oleh Verhulst untuk pertumbuhan manusia (Jha & Ghorai, 2017).

Kompetisi antar pemangsa dan faktor pemanenan sangatlah penting dalam disiplin ilmu ekologi. Banyak peneliti yang dapat mengembangkan hal-hal menarik dari perilaku dinamika dalam populasi ekosistem dengan memperhatikan dua aspek di atas yaitu aspek kompetisi antar pemangsa dan pemanenan, maka dinamika populasi dapat dinyatakan dalam suatu model. Selain kompetisi antar pemangsa (kompetisi interspesifik) aspek menarik lainnya adalah kompetisi antar spesies dalam satu populasi (kompetisi intraspesifik). (Ali, dkk; 2017)

Dalam hal proses ekologis, predasi adalah salah satu kemungkinan bentuk transfer energi dari hewan hidup ke hewan hidup yang lain. Dalam hal perilaku, predasi adalah proses dimana seekor hewan (pemangsa) menangkap dan membunuh hewan lain (mangsa) sebelum memakan mangsanya sebagian atau seluruhnya. (Rina, dkk 2019).

Salah satu contoh fenomena yang sesuai dengan model yang di asumsikan adalah antara udang, kelomang dan kepiting bakau. Kepiting bakau salah satu komoditas hasil laut yang sering dipanen oleh masyarakat. Ketika kepiting bakau tidak ada maka udang dan kelomang akan berkembang dengan pesat karena tidak ada pemangsa yang mengontrol perkembangan udang dan kelomang.

Beberapa penelitian sebelumnya mengenai model mangsa pemangsa diantaranya yaitu artikel (Ikbal, dkk; 2017) yang membahas mengenai analisis kestabilan model populasi satu mangsa dua pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa. dua populasi pemangsa saling berkompetisi secara langsung mendapatkan satu populasi mangsa yang sama dengan asumsi bahwa dua populasi pemangsa bernilai ekonomi maka fungsi pemanenan dilibatkan dalam model Analisis kestabilan titik kesetimbangan interior dilakukan dengan metode linearisasi dan memperhatikan nilai eigen dari persamaan karakteristik dari

matriks jacobi yang diperoleh. Untuk mengkaji tentang pengaruh pemanenan dan kompetisi antara pemangsa dalam model mangsa pemangsa. Penelitian lain yaitu (Armin,dkk;2017) tentang dinamika populasi dua mangsa dan satu pemangsa dengan usaha pemanenan konstan dan persaingan antar mangsa. Fungsi predasi yang diberikan dalam sistem di asumsikan sama untuk kedua mangsa, yaitu fungsi respon Holling tipe I. pada model tersebut diberikan syarat kewujudan titik keseimbangan non negative serta kestabilannya dan pengaruh pemanenan pada kestabilan titik keseimbangan yang stabil. Analisis kestabilan dilakukan dengan menggunakan metode linearisasi, nilai eigen, dan uji kestabilan Routh-Hurwitz. Selanjutnya penelitian (Yusrianto,dkk;2019) mengkaji model satu mangsa dan satu pemangsa yang saling berkompetisi. Fungsi predasi dari pemangsa di asumsikan menggunakan fungsi I respon Holling tipe II. Dengan asumsi bahwa adanya kompetisi intraspesifik pada populasi pemangsa serta dilakukan pemanenan ambang batas pada populasi pada pemangsa.

Berdasarkan beberapa penelitian sebelumnya, maka akan dikaji terkait Analisis Kestabilan Model Populasi Dua Mangsa Satu Pemangsa Dengan Pemanenan Pada Pemangsa. Pada penelitian ini diasumsikan terdapat persaingan intraspesifik mangsa dan terdapat pemanenan pada pemangsa.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang di atas, dapat dirumuskan beberapa masalah yang akan dibahas sebagai berikut,

1. Bagaimana formulasi model dua mangsa-satu pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa?
2. Bagaimana kestabilan model dua mangsa-satu pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa?
3. Bagaimana interpretasi dari model dua mangsa-satu pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa?

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Untuk mengetahui model model dua mangsa-satu pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa
2. Untuk mengetahui analisis model dua mangsa-satu pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa.
3. Untuk mengetahui bagaimana hasil simulasi model model dua mangsa-satu pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Setelah melakukan penelitian diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut.

1. Bagi penulis, untuk menambah pengetahuan dan wawasan penulis khususnya dalam pemodelan matematika dan penerapannya dalam mengkaji permasalahan yang berkaitan dengan keilmuan lain, khususnya untuk Mangsa – Pemangsa
2. Bagi pembaca, penelitian ini menjadi salah satu sumber pustaka untuk penelitian berikutnya yang berkaitan dengan pemodelan matematika dan sebagai wahana dalam menambah pengetahuan tentang Analisis Kestabilan Model Populasi Dua Mangsa-Satu Pemangsa dengan Pemanenan Pada Pemangsa.

## BAB V PENUTUP

Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh maka disajikan kesimpulan dan saran yaitu:

### 5.1 Kesimpulan

1. Model matematika analisis kestabilan model populasi dua mangsa-satu pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= r_1x \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \alpha_1xp - d_1x - T_1x^2 \\ \frac{dy}{dt} &= r_2y \left(1 - \frac{y}{K}\right) - \alpha_2yp - d_2y - T_2y^2\end{aligned}\tag{4.1}$$

$$\frac{dp}{dt} = e_1\alpha_1xp + e_2\alpha_2yp - d_3p - qEp$$

2. Model matematika mangsa pemangsa menghasilkan 7 titik kesetimbangan yang stabil bersyarat.
3. Berdasarkan simulasi model yang dilakukan dengan software Maple diperoleh bahwa jika laju pemanenan bertambah maka laju pertumbuhan subpopulasi mangsa pertama dan mangsa kedua mengalami peningkatan sedangkan subpopulasi pemangsa menurun karna adanya pemanenan.

### 5.2 Saran

Pada tugas akhir ini telah dilakukan analisis dan simulasi Model matematika analisis kestabilan model populasi dua mangsa-satu pemangsa dengan pemanenan pada pemangsa. Penulis menyarankan kepada pembaca yang tertarik dengan topik pembahasan ini agar dapat mengembangkan lagi model ini mengingat masih terdapat penyebab lain yang dapat dipertimbangkan seperti penambahan parameter yang berkaitan dengan topik pembahasan pada tugas akhir. Model ini juga kiranya dapat digunakan untuk model lainnya yang memenuhi syarat model matematika mangsa pemangsa.

## DAFTAR PUSTAKA

- ali,dkk;2017. *Tiga populasi dalam rantai makanan dengan kompetisi interspesifik*,2017
- Armin.,dkk.,2017. *Analisi kestabilan pada model dua mangsa satu pemangsa dengan fungsi respon holling dan pemanenan*, 2017
- Candra, M. 2010. *Analisis kestabilan Titik Kesetimbangan Model Matematika Proses Transmisi Virus Dengue di dalam Tubuh Manusia dengan Terapi Obat Herbal*, jurnal, Vol.2 No.2: 110-119
- Didiharyono dan Irwan 2017, *Analisis Kestabilan dan Usaha Pemanenan Model Predator Prey Tipe Holling III dengan Keuntungan Maksimum*, Jurnal Varian,vol.2,no.2,pp.55-61,Apr.2019.
- Jitu H.L 2019, *Buku Materi Persamaan Differensial*, Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Kristen Indonesia.
- K. Sujatha, M. Gunasekaran 2016, *Dynamic in a Harvested Prey-Predator Model With Susceptible -Infected-Surceptible (SIS) Epidemic Disease in the Prey*, *Advances in Applied Mathematical Biosciences*. ISSN 2248-9983 Vol. 7, 1 (2016), pp.23-31.
- Khozin Mu'tamar & Zulkarnain 2017, *Model Predator-prey dengan Adanya Infeksi dan Pengobatan Pada Populasi Mangsa*, *Jurnal Sains, Teknologi dan Industri*, Vol. 15, No. 1, Desember 2017, pp. 1-6  
ISSN 1693-2390 print/ISSN 2407-0939 online.
- Kocak, H. dan Hale, J. K. *Dynamic and Bifucation*, Springer-verlag, New York. 1991
- Kumar,M.,Bimal Kumar Mishra & T.C Panda. 2016, *Predator-Prey Models on Interaction between Computer Worms,Trojan Horse and Antivirus Software Inside a Computer System*, *Internatioanl Journal of Security and Its Aplications*, Vol 10, No. 1,173-190
- Lestari, Dwi Wahyu., 2019, *Pemodelan Matematika dan Analisa Kestabilan Pada Penyebaran Penyakit Thypus dengan Kontrol Antibiotik*, Skripsi Bandar Lampung: Universitas Lampung.
- Muhammad Ikbal,Syamsuddin Toaha,Kasbawati.,2019, *Kestabilan Model Populasi Satu Mangsa-Dua pemangsa Dengan pemanenan Pada Pemangsa*, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin Makassar.

- Meiss, J. D. *Differential Dynamic Systems*, Society for Industrial and Applied mathematic, USA.2007.
- Muh.Amil Siddik., 2017, *kestabilan model mangsa pemangsa dengan fungsi respon hollinf tipe III dan penyakit pada pemangsa super*, jurnal Seminar Nasional Matematika dan Aplikasinya, Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga Surabaya.
- Muhammad Soleh, 2013, *Model Matematika Mangsa-Pemangsa dengan Sebagian Mangsa Sakit*. Jurnal Sains, Teknologi dan Indusri, Vol. 10. No. 2, 2013.
- Ndraha Suzanna 2014, *Pemodelan Matematika Terhadap Kelangsungan Hidup Penderita Diabetes Melitus*, Fakultas Kedokteran Universitas Krida Wacana Jakarta. Vol. 27.
- Rika, Saputri., 2017, *Solusi Numerik Model Matematika Glukosa, Insulin, dan Sel Beta Pada Penyakit Diabetes Mellitus Menggunakan Metode Newton*, Malang: Universitas Negeri Maulana Malik Ibrahim.
- Rina, Yuliana & Muh.Ilyas 2019, *Model Matematika Mangsa-Pemangsa dengan Sebagian Mangsa Sakit dan Pemanenan Pada Pemangsa*, Journal of Mathematics: Theory and Applications, Vol. 1, No. 2, 2019, P-ISSN 2685-9653 e-ISSN.
- Rochmaini Arisa 2014, *Penyelesaian Persamaan Diferensial Bernoulli Menggunakan Metode Runge Kutta orde kelima*, Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya, Volume 03, No. 3 (2014), hal 193-200.
- S. Agus 2018, *Analisis Model Populasi Mangsa Pemangsa denga Area Reservasi dan Pemanenan Pemangsa*, in Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi, Vol. 15, No. 1, 2018.
- Siti Kholipah 2013, *Model Matematika Mangsa-Pemangsa dengan Sebagian Mangsa Sakit*, Jurnal Sains, Teknologi dan Indusri, Vol. 10. No. 2, 2013.
- Yuliani, Sri Retno dan Marwam Sam., 2015, *pemanenan optimal pada model reaksi dinamik system mangsa-pemangsa dengan tahapan struktur*, dinamika 6 (2), 25-38,2015.
- Oktamalia,Enggar Apriyanto,Dede Hartono.,2018,*potensi Kepiting bakau pada ekosistem mangrove 2018*.